



平成 26 年度 前期中間試験 試験問題

試験科目： 材料の強さ I

配 当： マテリアル科学コース 3 年
担当教員： 宇都宮 裕

試験時間： 平成 26 年 5 月 28 日 (水)
13 : 00 - 14 : 30

試験室： R1-311

注意事項

- ・ 試験開始の合図があるまで、本紙を開けてはいけません。
- ・ 定規、関数電卓、ポケットコンピュータ、計算尺を使用しても構いません。ただし、試験中の貸し借りはできません。PHS、携帯電話、スマートフォン、タブレット PC などは使用できません。
- ・ 教科書、参考書、ノート類を参照してはいけません。**持ち込みは禁止**です。
- ・ 裏表紙に**公式集**があります。必要があれば、これらの公式を用いても構いません。
- ・ 試験開始後 30 分間および終了直前 5 分間は退出できません。
- ・ 試験中の不正行為は厳重に取り締まり、発見した場合は正規の手続きを行います。
- ・ 本紙（問題）は、持ち帰って構いません。ただし、**著作権は出題者が保持**します。インターネット上や書籍で公開される場合には、許可をとってください。

問 1

平面ひずみ状態 ($\varepsilon_z = 0$) で塑性変形している金属材料の、応力成分が $\sigma_x = 60, \sigma_y = 180, \tau_{xy} = \tau_{yx} = -80$ (単位: MPa) であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) σ_z を求めよ。
- (2) 不変量 $J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ と静水圧 p を求めよ。
- (3) 3つの主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ をすべて求めよ。
- (4) 偏差応力成分 $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z$ を求めよ。
- (5) 相当応力 $\bar{\sigma}$ を求めよ。
- (6) x, y 軸を z 軸のまわり反時計方向に θ 回転させた方向に、新しい座標軸 X, Y をとったところ (z 軸と Z 軸は同じ)。このとき、 σ_x は 80MPa であった。このとき、 σ_Y, τ_{XY} を求めよ。

問 2

一辺の長さが 10.0mm、長さ 100mm の銅合金の角棒 (断面が正方形の棒) がある。この角棒は、降伏応力 Y (MPa) が、相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ の関数として以下のように表される剛塑性体であるとして以下の問いに答えよ。ただし、応力値は小数点以下 1 桁まで答えること。

$$Y = 100 (1 + \bar{\varepsilon})^{1.15}$$

- (1) この角棒の 0.2%耐力はいくらか。
- (2) この角棒を軸方向にゆっくりと圧縮する。圧縮荷重がいくらになったときに降伏するか。
- (3) さらに圧縮を続けると、長さが 95.0mm となった。このときの長さひずみ、すなわち軸方向ひずみを、(a) 真ひずみと (b) 公称ひずみで答えなさい。また、このときの(c) 圧縮荷重を答えなさい。
- (4) 次に、負荷方向を逆転させる。すなわち棒を 95.0mm の状態からゆっくりと引っ張る。元の長さ、すなわち 100mm となったときの引張荷重はいくらか。
- (5) さらに、引っ張りをつづけると、くびれが発生した。このときのこの角棒の長さはいくらか。
- (6) (5)でくびれが発生したときの、相当ひずみはいくらか。

問 3

- (1) $\sigma_1 = 300, \sigma_2 = 100, \sigma_3 = -500 \text{ MPa}$ で塑性変形している物体で、 σ_1 の作用方向に 1% の伸びがあった ($d\varepsilon_1 = 0.01$)。このとき、他の方向のひずみ増分 $d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$ を求めなさい。
- (2) 降伏応力 100 MPa 、密度 2.70 Mg/m^3 、比熱 900 J/kgK のアルミニウム棒を室温 20°C で、50%の高さまで断熱的に単軸圧縮するとき、圧縮後の温度は何 $^\circ\text{C}$ になるか答えなさい。ただし、材料は剛完全塑性体で、塑性仕事の熱への変換効率 β は 0.9 と仮定できるものとする。

問 4

- (1) 偏差応力成分の和 ($\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z$) が、零となることを示せ。
- (2) 弾性体において、偏差応力と偏差ひずみを用いると、Hooke の法則は、

$$\sigma'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij}$$

と表される。このことから、次式を導出せよ。

$$(a) \quad \gamma_{yx} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (b) \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \}$$

- (3) 相当応力は総和規約を用いると次式で表すことができる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$$

上式は、デカルト座標系応力成分を用いると、次のように書き下せることを示せ。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \}}$$

- (4) 「クーロン則」と「せん断摩擦則」の違いを説明しなさい。

公 式 集

1. 単位

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ kgf} = 9.80665 \text{ N}$$

$$1 \text{ kgf/mm}^2 = 9.80665 \text{ MN/m}^2 = 9.80665 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1013.25 \text{ hPa}$$

2. Hooke の法則

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \} \quad , \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} \quad , \quad \gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\text{または、} (\varepsilon_{ij}^e)' = \frac{1}{2G} \sigma'_{ij} \quad , \quad \varepsilon_v = \frac{\sigma_{ii}}{3K}$$

$$\text{ここで、} G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad , \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

3. Mises の降伏条件

$$Y = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \}}$$

4. Tresca の降伏条件

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = k$$

5. Levy-Mises の式

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3d\bar{\varepsilon}}{2\bar{\sigma}} \sigma'_{ij}$$

$$\text{ここで、} d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\{ (d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_z^p)^2 + (d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_x^p)^2 + \frac{3}{2} \{ (d\gamma_{xy}^p)^2 + (d\gamma_{yz}^p)^2 + (d\gamma_{zx}^p)^2 \} \}}$$

